学校：__________ 班级：__________ 姓名：__________ 准考证号：__________

装 订 线

绝密★启用前

2024届高三5月大联考（全国乙卷）

理科数学

本卷满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数$z=2-\mathrm{i}$，则$\dfrac{\bar{z}}{z-\bar{z}}=$

A．$-\dfrac{1}{2}+\mathrm{i}$　　B．$\dfrac{1}{2}-\mathrm{i}$　　C．$\dfrac{1}{2}+\mathrm{i}$　　D．$-\dfrac{1}{2}-\mathrm{i}$

2．已知集合$A=\{x\mid y=\log_2(2-x)\}$，$B=\{y\mid y=2^{|x|}\}$，则$A\cap B=$

A．$(1,2)$　　B．$(1,2]$　　C．$[1,2)$　　D．$[1,2]$

3．已知向量$\boldsymbol{a}=(\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{3}),\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{3}))$，$\boldsymbol{b}=(\cos(\alpha+\dfrac{5\pi}{6}),\sin(\alpha+\dfrac{5\pi}{6}))$．若$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b})$，则实数$x$的值是

A．-2　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．2

4．已知l_1，l_2，l是三条不同的直线，α，β是两个不同的平面，且$l_1\subset\alpha$，$l_2\subset\beta$，$\alpha\cap\beta=l$．设甲：$l_1/\!/l$，乙：$l_1/\!/l_2$，则甲是乙的

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

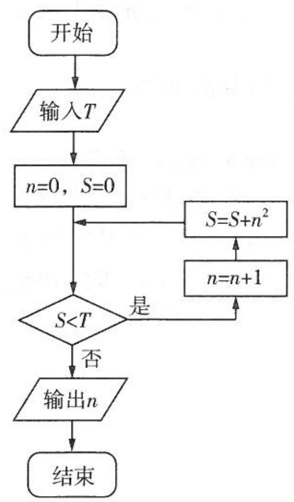
C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

5．执行如图所示的程序框图，若输入T的值为100，则输出n的值为

A．4　　B．5

C．6　　D．7



6．若函数$f(x)=x-\dfrac{x}{x+1}$，则下列函数中为奇函数的是

A．$f(x+1)-2$　　B．$f(x-1)-2$

C．$f(x-1)+2$　　D．$f(x+1)+2$

7．在$(\dfrac{y}{x}-\dfrac{2x}{y})(x+y)^6$的展开式中，$x^2y^4$的系数为

A．-4　　B．4　　C．-8　　D．8

8．已知数列$\{a_n\}$对任意$k\in\mathbf{N}^*$满足$a_k\cdot a_{k+1}=2^k$，则$a_1\cdot a_{2024}=$

A．2^{1012}　　B．2^{1013}　　C．2^{2024}　　D．2^{2025}

9．已知x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y-1\ge 0\\2x-y+1\le 0\\5x-4y+13\ge 0\end{cases}$，若$z=mx-y$的最小值为$-4$，则$m$的值为

A．-2　　B．1　　C．2　　D．1或2

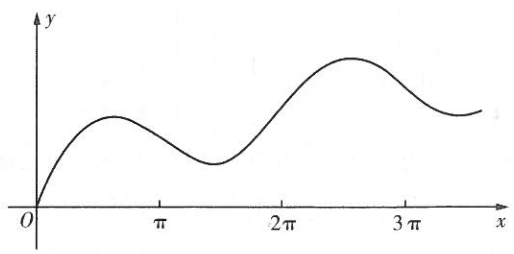
10．若函数$y=f(x)$在第一象限内的图象如图所示，则其解析式可能是

A．$f(x)=\dfrac{1}{2}x+\sin x$

B．$f(x)=\sqrt{x}+\sin x$

C．$f(x)=\sqrt{x}+\cos x-1$

D．$f(x)=x+\cos x-1$



11．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$M$是双曲线$C$右支上一点，直线$F_1M$交双曲线$C$的左支于$N$点.若$|F_1N|=2$，$|F_2M|=3$，$|MN|=4$，且$\triangle MF_1F_2$的外接圆交双曲线$C$的一条渐近线于点$P(x_0,y_0)$，则$|y_0|$的值为

A．$\sqrt{3}$　　B．$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$　　D．3

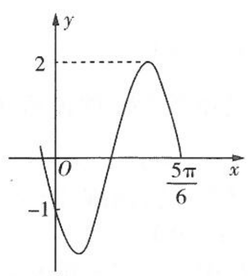
12．已知圆锥的轴截面SAB是一个正三角形，其中S是圆锥顶点，AB是底面直径．若C是底面圆O上一点，P是母线SC上一点，$AB=6$，$AC=SP=2$，则三棱锥$P-ABC$外接球的表面积是

A．$\dfrac{107\pi}{3}$　　B．$\dfrac{109\pi}{3}$　　C．$\dfrac{112\pi}{3}$　　D．$\dfrac{116\pi}{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知函数$f(x)=a\mathrm{e}^x-x$，若曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线与直线$(1-2\mathrm{e})x+y+1=0$平行,则实数$a=$__________.

14．已知函数$f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<2\pi$）的部分图象如图所示，且$f(0)=-1$，$f(\dfrac{5\pi}{6})=0$，则$\omega=$__________.



15．已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的离心率为$\dfrac{1}{2}$，$F$是椭圆$C$的右焦点，$P$为椭圆$C$上任意一点，$|PF|$的最大值为$3\sqrt{2}$．设点$A(\sqrt{2},1)$，则$|PA|+|PF|$的最小值为__________.

16．对于两个实数a，b，定义运算$a\odot b$如下：若$a\ge b$，则$a\odot b=a$；若$a<b$，则$a\odot b=b$．若x，$y\in\mathbf{R}$，则$|x-y|\odot|3-x|\odot|x+y|$的最小值是__________.

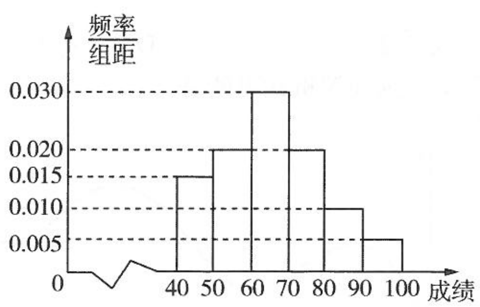
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

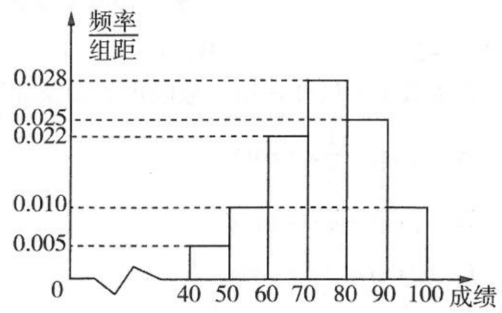
17.（12 分）

为促进中华戏曲文化的传承与发展，某校开展了戏曲进校园文艺活动．该校学生会从全校学生中随机抽取 60 名男生和 60 名女生参加戏曲知识竞赛，并按得分(满分：100 分)统计，分别绘制成频率分布直方图，如图所示．

男生得分频率分布直方图



女生得分频率分布直方图



（1）现有 10 张某戏剧的演出票送给得分在 80 分以上(含 80 分)的同学，根据男生组和女生组得分在 80 分以上(含 80 分)的人数，按分层抽样比例分配，则男生组、女生组分别得多少张该戏剧的演出票？

（2）假定学生竞赛成绩在 80 分以上(含 80 分)被认定为这名学生喜爱戏曲．将参加竞赛的学生成绩及性别制成下列 2×2 列联表(x 表示参加竞赛的学生成绩)：

	男生	女生	合计
$x\ge 80$			
$x<80$			
合计			

根据列联表，判断是否有 99%的把握认为学生喜爱戏曲与性别有关？

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ (其中 $n=a+b+c+d$).

$P(K^2\ge k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18.（12 分）

已知$\triangle ABC$的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $2b\sin(A+\dfrac{\pi}{6})-2a=c$．

（1）求 B；

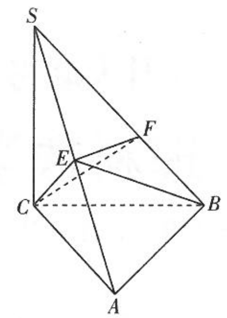
（2）若 $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D，且 $BD=2$，$a=3$，求$\triangle ABC$ 的面积．

19.（12 分）

如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SC\perp$平面 ABC，$AB=BC=1$，$SA=2$，$SC=\sqrt{2}$，E 为 SA 的中点，$CF\perp SB$ 于点 F．

（1）求证：$CF\perp SA$；

（2）求平面 CEF 与平面 CEB 所成锐二面角的余弦值．



20.（12 分）

已知抛物线 $C:y^2=2px\ (p>0)$，准线 l 与 x 轴交于点 M，$A(x_0,y_0)$ 为抛物线 C 上一点，$AD\perp l$ 交 y 轴于点 D．当 $y_0=4\sqrt{2}$ 时，$\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MF}$．

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）设直线 AM 与抛物线 C 的另一交点为 B (点 B 在点 A，M 之间)，过点 F 且垂直于 x 轴的直线交 AM 于点 N．是否存在实数 λ，使得 $|AM|\,|BN|=\lambda|BM|\,|AN|$？若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由．

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=x\ln(x+1)-x^2+ax\ (a\in\mathbf{R})$．

（1）若 $f(x)$ 在定义域内是单调函数，求 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1，x_2，求证：$x_1+x_2>0$.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

已知直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=a+t\cos\dfrac{\pi}{4}\\ y=t\sin\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$（$t$ 为参数，$a\in\mathbf{R}$）．以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta+2\sin\theta$．

（1）写出直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）设 A, B 是曲线 C 上的两点，且 $|AB|=2$. 若直线 l 上存在点 P，使得 $\angle APB=\dfrac{\pi}{2}$，求 a 的取值范围.

23. [选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

设函数 $f(x)=2|x+1|-|x-a|+b\ (a,b\in\mathbf{R})$．

（1）若 $f(-3)>f(1)$，求实数 a 的取值范围；

（2）当 $a=5$ 时，函数 $f(x)$ 有两个零点 x_1，$x_2\ (x_1<x_2)$，且满足 $x_1+x_2=-4$，求实数 b 的值.